Теория на множествата за гимназисти: домашна работа

13.11.2026

Задача 1. Докажете, че за всички множества A, B и C:

- Ако $\overline{\overline{A}} \leq \overline{\overline{B}}$, то $\overline{\overline{A^C}} \leq \overline{\overline{B^C}}$.
- Ако $A \neq \emptyset$ и $\overline{\overline{A}} \leq \overline{\overline{B}}$, то $\overline{\overline{C^A}} \leq \overline{\overline{C^B}}$. Защо е нужно да е изпълнено, че $A \neq \emptyset$?
- $\overline{\overline{A^0}} = \overline{\overline{1}}$
- $\overline{\overline{1^A}} = \overline{\overline{1}}$
- Ако $A \neq \emptyset$, то $\overline{\overline{0^A}} = \overline{\overline{0}}$.

Def (Релация на еквивалентност): $R \subseteq A \times A$ се нарича *релация на еквивалентност* в A, ако:

- $(\forall a \in A)(aRa)$
- $(\forall a \in A)(\forall b \in A)(aRb \to bRa)$
- $(\forall a \in A)(\forall b \in A)(\forall c \in A)(aRb \,\&\, bRc \to aRc)$

Def (Разбиване): За всяко множество A, P е *разбиване* на A ако:

- $(\forall p \in P)(p \neq \emptyset)$
- $(\forall p \in P)(\forall q \in P)(p \neq q \to p \cap q = \emptyset)$
- $\bigcup P = A$

Задача 2. Докажете, че за всяко множество A:

- има множество $Equiv(A)$, съдържащо точно всички релации на еквивалентност в A;
- има множество $Part(A)$ съдържащо точно всички разбивания на A;
- $\overline{\overline{Equiv(A)}} = \overline{\overline{Part(A)}}$.